

# 6KT

## KONSTRUOVÁNÍ STROJŮ - PŘEVODY

*Výpočet bezpečnosti v dotyku*

**David Rebenda**

[David.Rebenda@vut.cz](mailto:David.Rebenda@vut.cz)

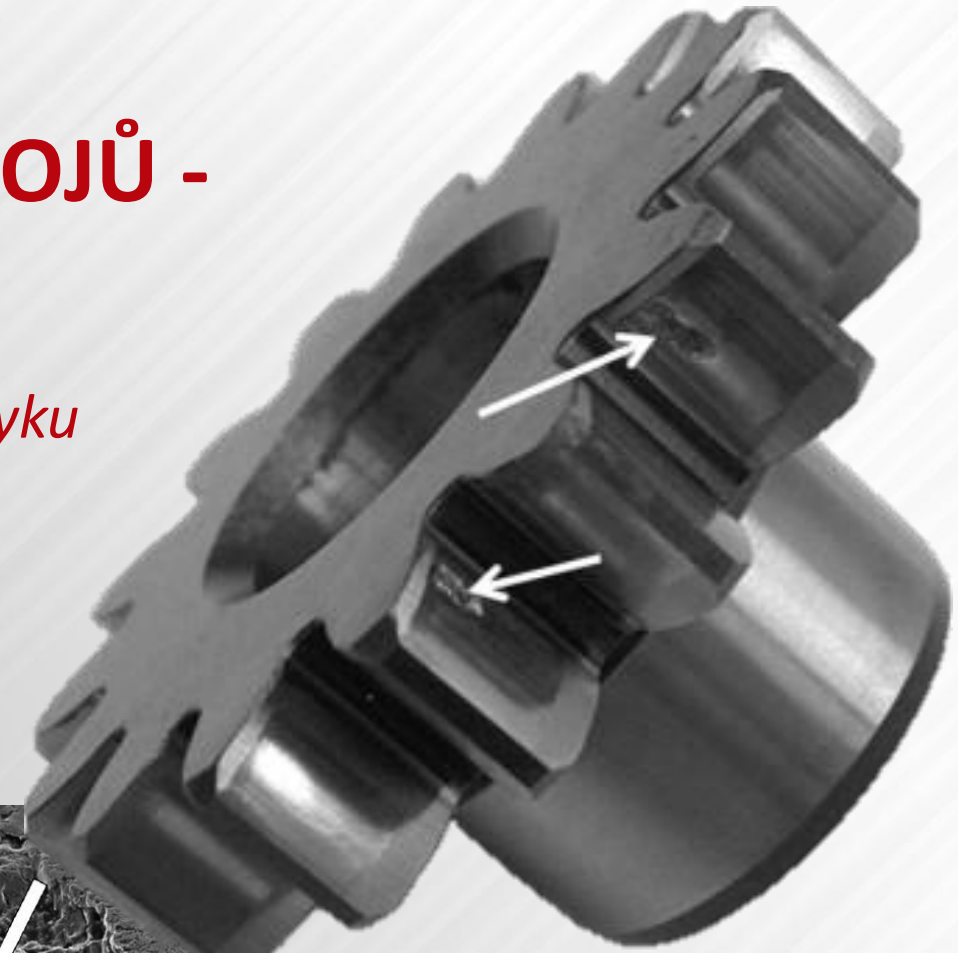
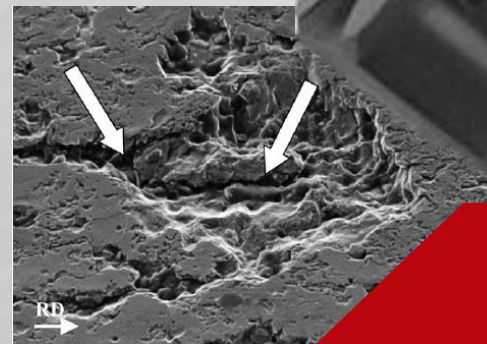
A2/401

Ústav konstruování

Fakulta strojního inženýrství

VUT v Brně

4. cvičení



# Náplň čtvrtého cvičení

Časový harmonogram	
T.	Část výpočtu
3.	Silové poměry v ozubení
	Volba materiálu kol a návrh tvrdosti na boku zubu
	Stanovení součinitelů silových poměrů v ozubení
<b>4.</b>	<b>Pevnostní kontrola ozubení v dotyku</b>
5.	Pevnostní kontrola ozubení v ohybu

Silové poměry v ozubení



Volba materiálu a návrh tvrdosti zubů



Součinitelé silových poměrů



Výpočet únosnosti boků zubů v dotyku



Součinitelé pro výpočet únosnosti zubů v dotyku



Bezpečnost v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

# Únosnost boků zubů v dotyku

- Cyklické zatížení zubů → Únavové poškození (pitting)
- Výpočty únosnosti zubů spojené s únavovým poškozením mají z výpočtů poškození ozubení největší význam
- **Únosnost boků zubů v dotyku** - schopnost zajistit bezpečnost aktivních částí boků zubů proti progresivní tvorbě pittingu
- Kritériem pro tvorbu pittingu je Hertzovo kontaktní napětí

One-half the contact patch width

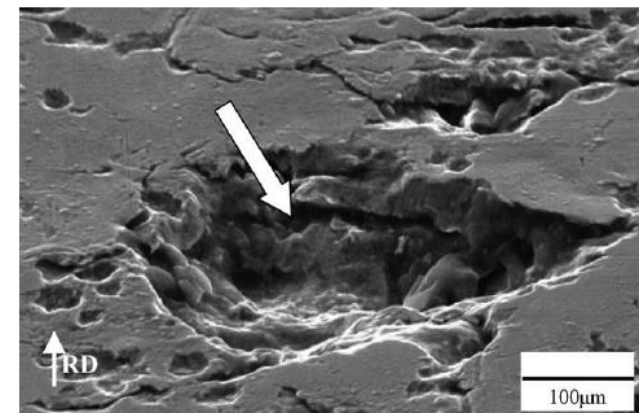
$$b = \sqrt{\frac{2F}{l\pi} \left( \frac{[(1-\mu_1^2)/E_1] + [(1-\mu_2^2)/E_2]}{(1/d_1) + (1/d_2)} \right)}$$

Stresses at the x=0 axis

$$P_{\max} = \frac{2F}{\pi bl}$$



Cylinder on cylinder



# Součinitelé pro výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

Kontrolní list	
T.	Parametr
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů $Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ ) $Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku $Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola $Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy $Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo) $Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit) $Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti $Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo) $S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit) $S_{H2}$

*Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů* (str. 808)

- Vyjadřuje vliv křivosti profilů boků spoluzabírajících zubů ve valivém bodě

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cos \beta_b}{\cos^2 \alpha_t \tan \alpha_{tw}}} \quad \beta_b = \beta = 0$$

*Součinitel mechanických vlastností materiálu* (str. 789, 809)

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)}} \quad \text{Pro kola z oceli, } E = 207 \text{ GPa, } \mu = 0.3$$

*Součinitel vlivu sklonu zubu* (str. 811)

- Vliv sklonu zubu na únosnost v dotyku

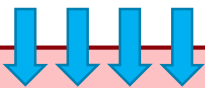
$$Z_\beta = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 0^\circ} = 1$$

*Součinitel součtové délky dotykových křivek boků zubů* (str. 810)

- Vliv součinitele záběru na únosnost

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}}$$

*Nominální napětí v dotyku*



$$\sigma_{H0} = Z_E Z_H Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u}}$$

# Součinitelé pro výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

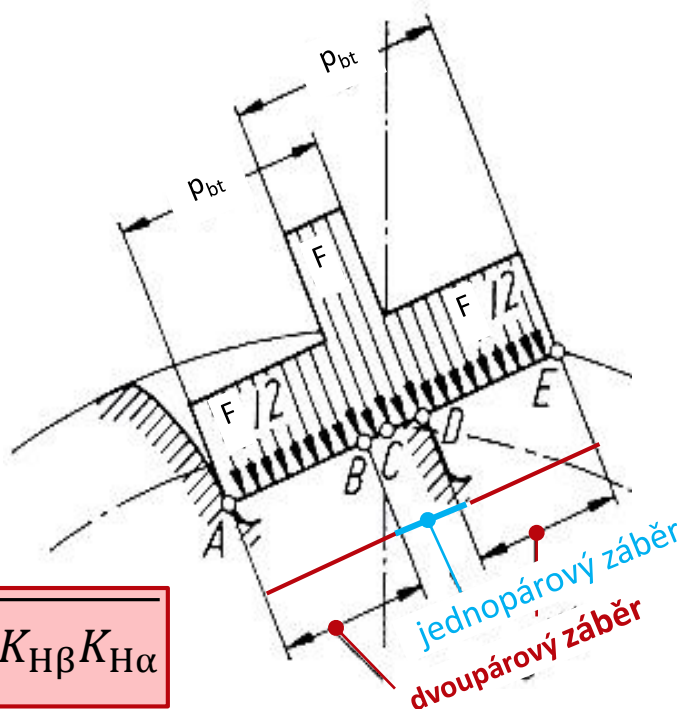
## Součinitelé jednopárového záběru pastorku a kola (str. 811)

- Rozděluje napětí v dotyku ve valivém bodě C do vnitřního bodu jednopárového záběru B (pastorek) nebo D (kolo)

$$Z_B = f(M_1) \quad \text{je-li } M_1 > 1, \text{ pak } Z_B = M_1 \quad \text{je-li } M_2 > 1, \text{ pak } Z_D = M_2$$

$$Z_D = f(M_2) \quad \text{Je-li } M_1 < 1, \text{ pak } Z_B = 1 \quad \text{Je-li } M_2 < 1, \text{ pak } Z_D = 1$$

$M_1, M_2$  - pomocní souč. pro pastorek a kolo vycházející z geometrie



$$M_1 = \frac{\tan \alpha_{tw}}{\sqrt{\left[ \sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_1} \right] \left[ \sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - (\varepsilon_a - 1) \frac{2\pi}{z_2} \right]}}$$

$$M_2 = \frac{\tan \alpha_{tw}}{\sqrt{\left[ \sqrt{\frac{d_{a2}^2}{d_{b2}^2} - 1} - \frac{2\pi}{z_2} \right] \left[ \sqrt{\frac{d_{a1}^2}{d_{b1}^2} - 1} - (\varepsilon_a - 1) \frac{2\pi}{z_1} \right]}}$$

Vhodné přejmenovat na  $A_1, A_2$

Napětí v dotyku kolo

$$\sigma_H = Z_D \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_H \beta K_H \alpha}$$

Napětí v dotyku pastorek

$$\sigma_H = Z_B \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_H \beta K_H \alpha}$$

# Součinitelé pro výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

## Součinitelé mazací vrstvy (str. 813)

- $Z_L$  Součinitel maziva (druh, viskozita)
  - $Z_V$  Součinitel obvodové rychlosti
  - $Z_R$  Součinitel drsnosti boků zubů
- $Z_{LVR}$  Souhrnný součinitel mazací vrstvy
- $$Z_{LVR} = Z_L Z_V Z_R \quad (\text{str. 814})$$

- Určují se pro kolo s nižší drsností, tvrdostí (meze únavy), rychlosti (hydrodynamický efekt)
- Samostatně mají poměrně malý vliv (nejvýznamnější je  $Z_R$ ), proto se zpravidla určují souhrnně jakou součin zejména dle dokončovacích technologických operací a drsnosti povrchu před záběhem (viz [zadání](#))

$$Z_L Z_V Z_R = 1, \text{ je-li } Rz_{10} \leq 4 \mu\text{m},$$

$$Z_L Z_V Z_R = 0,92, \text{ je-li } Rz_{10} > 4 \mu\text{m}.$$

$$Rz_{10} = \frac{Rz_{ISO1} + Rz_{ISO2}}{2} \sqrt[3]{\frac{10}{\rho_{red}}}$$

## Přípustné napětí v dotyku

## Součinitel bezpečnosti v dotyku

$$\sigma_{HP1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{\sigma_{H1}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

# Součinitelé pro výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

## Součinitel počtu cyklů pro dotyk (str. 812)

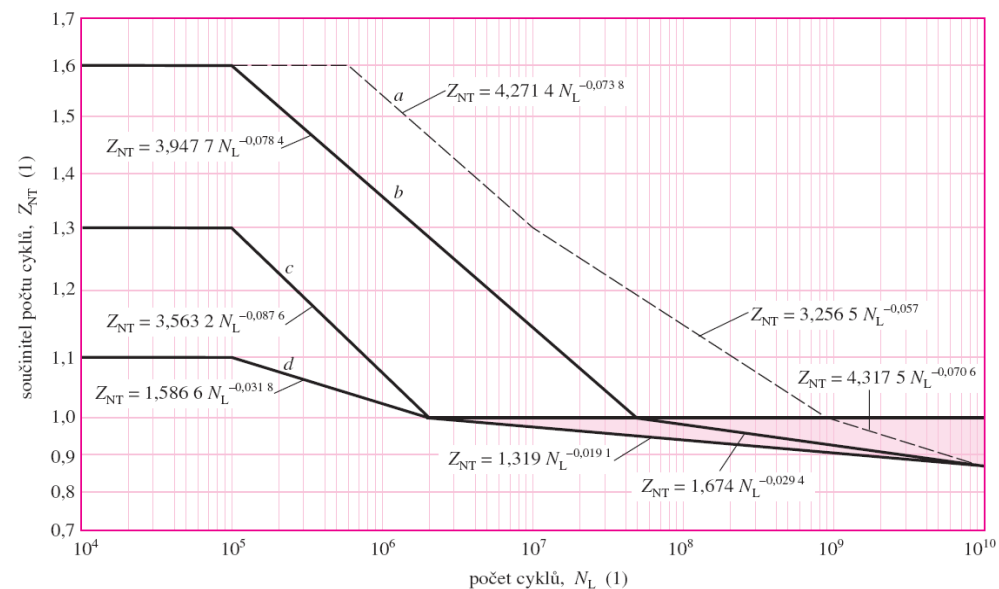
- Obdoba Wöhlerovy křivky pro ozobená kola
- Mez únavy v dotyku (trvalá pevnost) je určena pro stanovený počet cyklů ( $2 \cdot 10^6$  až  $10^9$  cyklů dle materiálu), čemuž odpovídá  $Z_{NT} \approx 1$  (idealizované).
- Pro jiný požadovaný počet cyklů je třeba součinitel  $Z_{NT}$  určit a korigovat mez únavy.

- Počet cyklů  $N_L$  (viz [podklady](#))

$$N_{L1} = n a_{K1,2} L_h$$

- $a_{K1,2}$  – počet spoluzabírajících kol (nikoliv počet satelitů)

$$Z_{NT} = \alpha \cdot N_L^\beta$$



Obr. 14-11, pro kalené oceli se používá křivka b

## Přípustné napětí v dotyku

$$\sigma_{HP1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

4. cvičení

## Součinitel bezpečnosti v dotyku

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{\sigma_{H1}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

# Součinitelé pro výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitelé mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

## Součinitel tvrdosti (str. 814)

- Zohledňuje zvýšení únosnosti zejména deformačním zpevněním povrchů.

$$Z_W = 1,2 - \frac{H - 130}{1700} \quad (\text{pro kola o stejné tvrdosti roven 1})$$

*Dle materiálu z tab A-34 vybereme tvrdost na povrchu zubu pro měkčí materiál (materiál kola) a převedeme jednotky z HV na HB. Následně využijeme vzorec (14-64).  
Pozor na dodatečnou podmínku pod vzorcem!*

## Součinitel velikosti (str. 816)

- Větší součást obvykle obsahuje větší množství strukturních vad, čímž klesá únosnost.
- Pro dotyk dle ISO je roven jedné.

$$Z_X = 1$$

## Přípustné napětí v dotyku

$$\sigma_{HP1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

4. cvičení

## Součinitel bezpečnosti v dotyku

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{\sigma_{H1}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X$$

## Příklad 14-4, str. 839, přehled rovnic 834

*Dle ISO je spolehlivost (pravděpodobnost bezporuchového chodu)  $R=0.99$ .*



# Výpočet únosnosti boků zubů v dotyku

## Výpočet bezpečnosti v dotyku dle ISO

Příklad 14-4, str. 839, přehled rovnic 834

- Hertzův tlak (popř. nominální napětí v dotyku) se určuje zvlášť pro pastorek i kolo, přičemž větší z těchto tlaků rozhoduje o únosnosti ozubení.

## Nominální napětí v dotyku

- Dokonale přesné ozubení (teoretické)
- Pouze statické nominální zatížení

$$\sigma_{H0} = Z_E Z_H Z_\varepsilon Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{bd_1} \frac{u+1}{u}}$$

b (menší z šířek  $b_1, b_2$ )

## Kolo



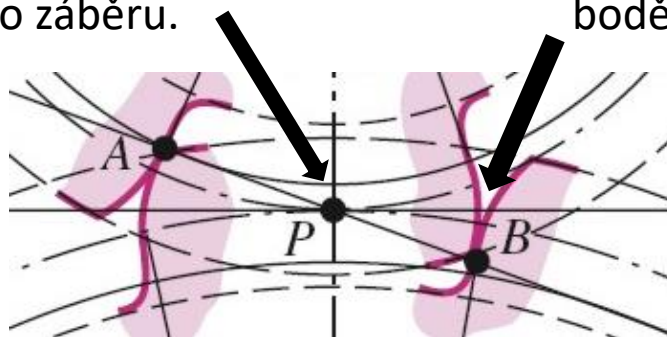
- Napětí v dotyku se určuje zpravidla ve valivém bodě jednopárového záběru.

## Pastorek

- Napětí v dotyku se určuje zpravidla ve vnitřním bodě jednopárového záběru, tj. na konci záběru.

## Napětí v dotyku pro kolo

$$\sigma_H = Z_D \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$



## Napětí v dotyku pro pastorek

$$\sigma_H = Z_B \sigma_{H0} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$

# Výpočet bezpečnosti v dotyku

Kontrolní list		
T.	Parametr	
4.	Součinitel tvaru spoluzabírajících zubů	$Z_H$
	Součinitel mechanických vlastností materiálů ( $\sqrt{MPa}$ )	$Z_E$
	Součinitel jednopárového záběru pastorku	$Z_B$
	Součinitel jednopárového záběru kola	$Z_D$
	Součinitel mazací vrstvy	$Z_{LVR}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (centrální kolo)	$Z_{NT1}$
	Součinitel počtu cyklů pro dotyk (satelit)	$Z_{NT2}$
	Součinitel tvrdosti	$Z_W$
	Bezpečnost v dotyku (centrální kolo)	$S_{H1}$
	Bezpečnost v dotyku (satelit)	$S_{H2}$

- Napětí v dotyku nesmí překročit přípustné napětí, které se stanovuje zvlášť pro pastorek a pro kolo.

## Přípustné napětí v dotyku

- Obdoba Marinovy rovnice – mez únavy vzorku  $\sigma_{Hlim}$  korigována součiniteli Z

$$\sigma_{HP1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X \geq \sigma_{H1} \quad S_{Hmin}=1,1 \text{ (zadáno)}$$



## Součinitel bezpečnosti v dotyku

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{Hlim1} Z_{NT1}}{\sigma_{H1}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X = 1.1-1.3 \text{ (běžné)} = 1.3-1.6 \text{ (rizikové)}$$

### Bezpečnost v dotyku $S_{H1}$ a $S_{H2}$

### Maximální počet bodů z výpočtu

1,1 - 1,3	25
1,3 - 1,5	23
1,5 - 1,75	21
1,75 - 1,9	19
1,9 - 2,1	15

Děkuji vám za pozornost

**David Rebenda**

[David.Rebenda@vut.cz](mailto:David.Rebenda@vut.cz)

<http://uk.fme.vutbr.cz/>